

Advecção de partículas passivas por vórtices viscosos

Luc Sapin¹; Carlos Balsa², Sílvia Gama³

¹ luc.sapin@etu.enseeiht.fr, ENSEEIHT-INPT, França

² balsa@ipb.pt, Instituto Politécnico de Bragança, Portugal

³ smgam@ipb.pt, Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, Portugal

Resumo

Os pontos de vórtices são soluções singulares das equações de Euler incompressíveis bidimensionais. As soluções são obtidas para o caso limite em que a vorticidade é completamente concentrada num número finito de pontos espaciais, cada um com uma determinada força prescrita (circulação). Por definição, uma partícula passiva é um ponto de vórtice com circulação nula. No nosso caso, consideramos a advecção de uma partícula passiva por N pontos de vórtices viscosos no plano ilimitado. Neste contexto, apresentamos os resultados de algumas experiências numéricas que mostram a existência de controlos ótimos para os casos de $N = 1$, $N = 2$, $N = 3$ e $N = 4$ vórtices. Mais precisamente, olhamos para as trajetórias que minimizam a função objetivo que corresponde à energia gasta no controle das trajetórias. As restrições são devidas a (i) equações diferenciais ordinárias que regulam o deslocamento da partícula passiva em torno dos vórtices, (ii) tempo disponível T para ir de Z_0 , posição inicial, para Z_F , destino final, e (iii) valor máximo, u_{max} , permitido para as variáveis de controlo u_i . Estas variáveis de controlo são definidas como constantes em cada um dos subintervalos em que o tempo total disponível para a viagem é dividido.

Palavras-Chave: Vórtices viscosos; partícula passiva; controlo ótimo.

PassiveTracer Advection by Point Vortex Flow in Viscous Fluid.

Luc Sapin¹; Carlos Balsa², Sílvia Gama³

¹ luc.sapin@etu.enseeiht.fr, ENSEEIHT-INPT, França

² balsa@ipb.pt, Instituto Politécnico de Bragança, Portugal

³ smgam@ipb.pt, Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, Portugal

Abstract:

Point vortices are singular solutions of the two-dimensional incompressible Euler equations. These solutions correspond to the limiting case where the vorticity is completely concentrated on a finite number of spatial points, each with a prescribed strength/circulation. By definition, a passive tracer is a point vortex with zero circulation. In our case, we consider the advection of one passive tracer by N viscous point vortices in the unbounded plane. In this context, we present the results of some numerical experiments showing the existence of optimal controls for the cases of $N = 1$, $N = 2$, $N = 3$ and $N = 4$ vortices. More precisely, we look for the trajectories that minimize the objective function that correspond to the energy expended in the control of the trajectories. The restrictions are due to (i) the ordinary differential equations that govern the displacement of the passive particle around the viscous point vortices, (ii) the available time T to go from the initial position z_0 to the final destination z_f , and (iii) the maximum absolute value u_{max} that is imposed on the control variables. These control variables are defined as constants in each of the subinterval where the total time available for the trip is divided.

Keywords: Viscous vortices; passive tracer; optimal control.